

# 1 E-Bike

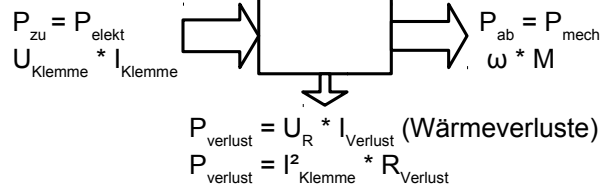
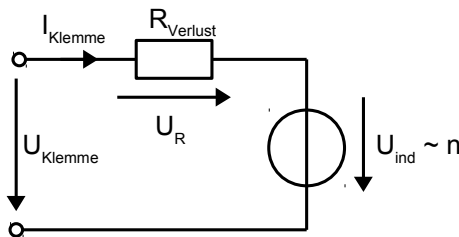
1.1  $n = 180 \frac{1}{\text{min}} = 3 \frac{1}{\text{s}}$      $v = 22,5 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 6,25 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

$$\text{Radumfang} = \frac{v}{n} = \frac{6,25 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{3 \frac{1}{\text{s}}} = 2,08 \text{ m}$$

1.2 bei  $U_{\text{Klemme}} = 36 \text{ V}$  und  $n = 180 \text{ U/min}$  abgelesen:  $M = 13 \text{ Nm}$

1.3  $P_{\text{Mech}} = 2 \cdot \pi \cdot n \cdot M = 2 \cdot \pi \cdot \frac{180}{60 \text{ s}} \cdot 13 \text{ Nm} = 245 \text{ W}$

1.4 Ersatzschalbild des Motors    Energieflussdiagramm mit Berechnungsformeln



$$P_{\text{elektr}} = \frac{P_{\text{mech}}}{\eta} = \frac{245 \text{ W}}{0,73} = 335,6 \text{ W} = U \cdot I \quad (\text{Wirkungsgrad abgelesen bei } 13 \text{ Nm})$$

$$P_{\text{Verlust}} = 335,6 \text{ W} - 245 \text{ W} = 90,6 \text{ W}$$

$$I = \frac{P_{\text{elektr}}}{U} = \frac{335,6 \text{ W}}{36 \text{ V}} = 9,322 \text{ A}$$

$$P_{\text{Verlust}} = U_R \cdot I = R \cdot I^2 \rightarrow R = \frac{P_{\text{Verlust}}}{I^2} = \frac{90,6 \text{ W}}{(9,322 \text{ A})^2} = 1,04 \Omega$$

Alternative:  $U_R = \frac{P_{\text{Verlust}}}{I} = \frac{90,6 \text{ W}}{9,322 \text{ A}} = 9,72 \text{ V}$      $R = \frac{U_R}{I} = \frac{9,72 \text{ V}}{9,322 \text{ A}} = 1,04 \Omega$

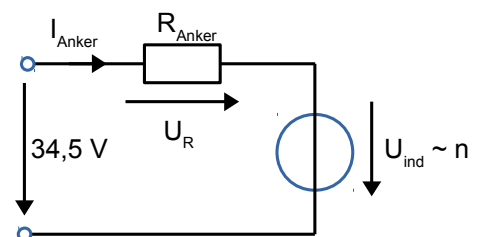
1.5  $V = 22,5 \text{ km/h}$  ( $\rightarrow n = 180 \text{ U/min}$  siehe Aufgabentext) und  $M = 22 \text{ Nm}$  liegt oberhalb der 36 V-Kennlinie. Dies ist mit einem 36 V-Akku nicht möglich.  
 Bei Tretunterstützung wird weniger Drehmoment vom Motor benötigt, laut 36 V-Kennlinie sind max. ca. 13 Nm bei  $n = 180 \text{ U/min}$  vom Motor möglich.

1.6 50 % Tretunterstützung:  $M_{\text{Motor}} = \frac{22 \text{ Nm}}{2} = 11 \text{ Nm}$

Betriebspunkt  $M = 11 \text{ Nm}$  und  $n = 180 \text{ U/min}$ :  
 liegt etwas über der 34 V-Kennlinie  
 $\rightarrow U = 34,5 \text{ V}$  notwendig

$$P_{\text{Mech}} = 2 \cdot \pi \cdot n \cdot M = 2 \cdot \pi \cdot \frac{180}{60 \text{ s}} \cdot 11 \text{ Nm} = 207,3 \text{ W}$$

$$P_{\text{elektr}} = \frac{207,3 \text{ W}}{0,76} = 272,4 \text{ W} = U \cdot I \quad (\text{Wirkungsgrad abgelesen bei } 11 \text{ Nm})$$



$$I = \frac{P_{\text{elektr}}}{U} = \frac{272,4 \text{ W}}{34,5 \text{ V}} = 7,9 \text{ A}$$

$$P_{\text{ab}} = U_{\text{ind}} \cdot I \rightarrow U_{\text{ind}} = \frac{P_{\text{ab}}}{I} = \frac{207,3 \text{ W}}{7,9 \text{ A}} = 26,24 \text{ V} \quad \frac{U_{\text{ind}}}{n} = \frac{26,24 \text{ V}}{180/60 \text{ s}} = 8,75 \text{ Vs}$$

- 1.7 Wirkungsgrad bestimmen:  $v = 20 \text{ km/h} \rightarrow$  Mitte zwischen 60W und 80W-Hyperbeln  $\rightarrow$   
 $M \approx 4,3 \text{ Nm} \rightarrow$  Wirkungsgrad-Kennlinie bei 4,3 Nm :  $\eta = 0,85$

$$P_{\text{elektr}} = \frac{67 \text{ W}}{0,85} = 78,8 \text{ W} \text{ bei } 20 \text{ km/h}$$

$$\rightarrow t_{20} = \frac{W}{P} = \frac{380 \text{ Wh}}{78,8 \text{ W}} = 4,82 \text{ h} \rightarrow s = v \cdot t = 20 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 4,82 \text{ h} = 96,4 \text{ km}$$

Wirkungsgrad bei 25 km/h und 87W:  $\eta = 0,85$

$$P_{\text{elektr}} = \frac{87 \text{ W}}{0,85} = 102,3 \text{ W} \text{ bei } 25 \text{ km/h}$$

$$\rightarrow t_{25} = \frac{W}{P} = \frac{380 \text{ Wh}}{102,3 \text{ W}} = 3,72 \text{ h} \rightarrow s = v \cdot t = 25 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 3,72 \text{ h} = 93 \text{ km}$$

Der langsamere E-Biker kommt etwas weiter, allerdings braucht er viel mehr Zeit.  
 Der schnellere E-Biker muss „kräftiger“ treten, für ihn ist es während der kürzeren Zeit anstrengender (87 W statt 67 W)

## 2 Weitere Aufgabenstellungen zur Aufgabe 1

- 2.1 Ebene, 160 U/min, 20 km/h, 8 Nm;  
 Ebene, 120 U/min, 15 km/h, 6,8 Nm;  
 Berg 6%, 120 U/min, 15 km/h, 26,2 Nm

- 2.2 Umschaltung von Ebene, 160 U/min, 20 km/h, 8 Nm  $\rightarrow$  29,2 V  
 auf 50% Unterstützung, 4 Nm  $\rightarrow$  26,5 V

- 2.3 Umschaltung von Ebene, 120 U/min, 15 km/h, 50% Unterstützung 3,4 Nm  $\rightarrow$  20,1 V  
 auf Berg 6%, 120 U/min, 15 km/h, 50% Unterstützung, 13,1 Nm  $\rightarrow$  27 V

- 2.4 Umschaltung von Ebene, 160 U/min, 20 km/h, 25% Unterstützung, 6 Nm  $\rightarrow$  25 V  
 auf auf Berg 6%, 120 U/min, 15 km/h, 75% Unterstützung, 19,65 Nm  $\rightarrow$  32 V

- 2.5 Bei 2.2: 0 W /  $P_{\text{Mensch}} = P_{\text{Motor}} = \frac{1}{2} \cdot P_{\text{ges}} = 2 \cdot \pi n \cdot \frac{1}{2} \cdot M_{\text{ges}} = 2 \cdot \pi \frac{160}{60 \text{ s}} \cdot 4 \text{ Nm} = 67 \text{ W}$

$$\text{Bei 2.4: } 67 \text{ W} \cdot 2 \cdot \frac{3}{4} = 100 \text{ W}$$

$$P_{\text{Mensch}} = 0,25 \cdot P_{\text{ges}} = 0,25 \cdot 2 \cdot \pi n \cdot M_{\text{ges}} = 0,25 \cdot 2 \cdot \pi \frac{120}{60 \text{ s}} \cdot 26 \text{ Nm} = 81,7 \text{ W}$$

- 2.6 Spannung: Tastgrad  $= \frac{t_i}{T} = \frac{U_{\text{Mittel}}}{U_{\text{max}}} \rightarrow U_{\text{Mittel}} = \frac{t_i}{T} \cdot U_{\text{Max}} = \frac{4 \text{ ms}}{6 \text{ ms}} \cdot 36 \text{ V} = 24 \text{ V}$

- 2.7 Drehmoment ablesen:  $M_{\text{abgelesen}} = 13 \text{ Nm}$

mit 50% Unterstützung:  $M = 2 \cdot M_{\text{abgelesen}} = 2 \cdot 13 \text{ Nm} = 26 \text{ Nm}$

Geschwindigkeit bei  $n = 100 \frac{\text{U}}{\text{min}}$  ermitteln oder ablesen aus Diagramm.

$$v = \omega \cdot r = 2 \cdot \pi \cdot n \cdot r \rightarrow v_1 = 2 \cdot \pi \cdot n_1 \cdot r \quad \text{und} \quad v_2 = 2 \cdot \pi \cdot n_2 \cdot r$$

$$\rightarrow \frac{v_1}{n_1} = \frac{v_2}{n_2} \quad \text{aus vorheriger Aufgabe: } v = 15 \frac{\text{km}}{\text{h}} \text{ bei } n = 120 \frac{\text{U}}{\text{min}}$$

$$v_2 = \frac{v_1 \cdot n_2}{n_1} = 15 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \frac{100 \frac{\text{U}}{\text{min}}}{120 \frac{\text{U}}{\text{min}}} = 12,5 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

Maximale Steigung aus Diagramm bei  $M = 26 \text{ Nm}$  und  $v = 12,5 \frac{\text{km}}{\text{h}} \rightarrow \underline{\text{max } 6 \%}$

2.8 bei  $v = 5 \frac{\text{km}}{\text{h}}$  Steigung = 8% Unterstützung = 50%

nötiges Drehmoment aus Schaubild abgelesen:  $M = 31 \text{ Nm}$

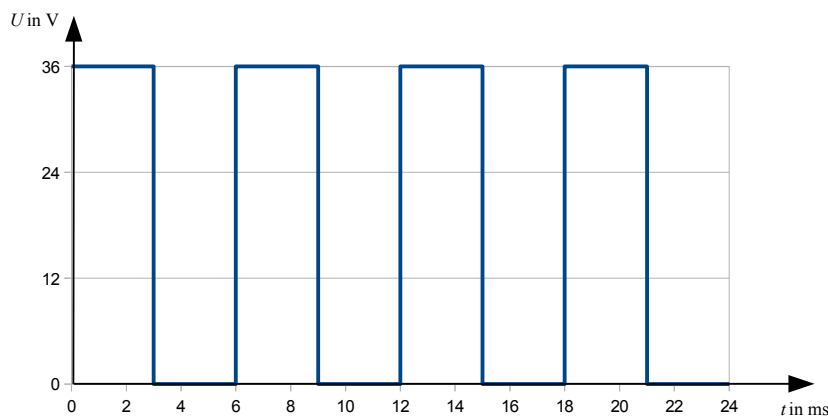
mit 50% Unterstützung:  $M_{\text{Motor}} = 15,5 \text{ Nm}$  und abgelesen aus Diagramm:  $\eta = 0,68$

Drehzahl bei  $v = 5 \frac{\text{km}}{\text{h}}$  ermitteln:  $v = \omega \cdot r = 2 \cdot \pi \cdot n \cdot r \rightarrow v_1 = 2 \cdot \pi \cdot n_1 \cdot r \quad v_2 = 2 \cdot \pi \cdot n_2 \cdot r$

$$\rightarrow \frac{v_1}{n_1} = \frac{v_2}{n_2} \quad \text{aus vorheriger Aufgabe: } v = 15 \frac{\text{km}}{\text{h}} \text{ bei } n = 120 \frac{\text{U}}{\text{min}}$$

$$n_2 = \frac{v_2}{v_1} \cdot n_1 = \frac{5 \frac{\text{km}}{\text{h}}}{15 \frac{\text{km}}{\text{h}}} \cdot 120 \frac{\text{U}}{\text{min}} = 40 \frac{\text{U}}{\text{min}} \quad \underline{\text{Spannung ablesen: } U_{\text{Motor}} = 17 \text{ V}}$$

2.9 Tastgrad =  $\frac{t_i}{T} = \frac{U_{\text{Mittel}}}{U_{\text{max}}} \rightarrow t_i = \frac{U_{\text{mittel}}}{U_{\text{max}}} \cdot T = \frac{17 \text{ V}}{36 \text{ V}} \cdot 6 \text{ ms} = 2,83 \text{ ms} \quad \text{Tastgrad} = \frac{2,83}{6} = 0,47$



$$2.10 \quad P_{ab} = 2 \cdot \pi \cdot n \cdot M = 2 \cdot \pi \cdot \frac{40 \frac{1}{\text{min}}}{60 \frac{\text{min}}{\text{s}}} \cdot 15,5 \text{ Nm} = 64,93 \text{ W} \quad P_{el} = \frac{P_{ab}}{\eta} = \frac{64,93 \text{ W}}{0,68} = 95,5 \text{ W}$$

$$P_{el} = U_{\text{Anker}} \cdot I_{\text{Anker}} \rightarrow I_{\text{Anker}} = \frac{P_{el}}{U_{\text{Anker}}} = \frac{95,5 \text{ W}}{17 \text{ V}} = 5,62 \text{ A}$$

### 3 Elektroroller

- 3.1 Leerlaufdrehzahl  $n_0 = 260$  U/min (bei  $M = 0$ )  
 Anlaufmoment des Motors  $M_A = 70$  Nm (bei  $n = 0$ )

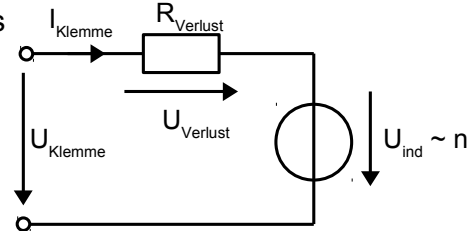
- 3.2 s. Diagramm: Die Kennlinie verläuft parallel zur bekannten 48 V-Motorkennlinie

Der Schnittpunkt mit n-Achse (Leerlauf) ergibt sich aus folgenden Überlegungen:

Im Leerlauf ist  $I_{\text{Klemme}} = 0$ , daher gilt dort  $U_{\text{ind}} = U_{\text{Klemme}}$

$$\frac{U_{\text{ind}}}{n} = \text{konst} \rightarrow \text{im Leerlauf: } \frac{U_{\text{Klemme}}}{n} = \text{konst}$$

$$\frac{U_{\text{Klemme}48}}{n_{48}} = \frac{U_{\text{Klemme}36}}{n_{36}} \rightarrow n_{36} = \frac{U_{\text{Klemme}36} \cdot n_{48}}{U_{\text{Klemme}48}} = \frac{36 \text{ V} \cdot 260 \frac{1}{\text{min}}}{48 \text{ V}} = 195 \frac{1}{\text{min}}$$



Alternative: Ähnlich kann man mit dem Drehmoment beim Anfahren ( $n=0$ ) argumentieren:

$$\frac{M_{\text{ab}}}{I_{\text{Anker}}} = \text{konst} \quad \text{Beim Anfahren ist } n=0, \text{ damit ist } U_{\text{ind}}=0, \text{ damit gilt } U_{\text{Verlust}} = R_{\text{Verlust}} \cdot I$$

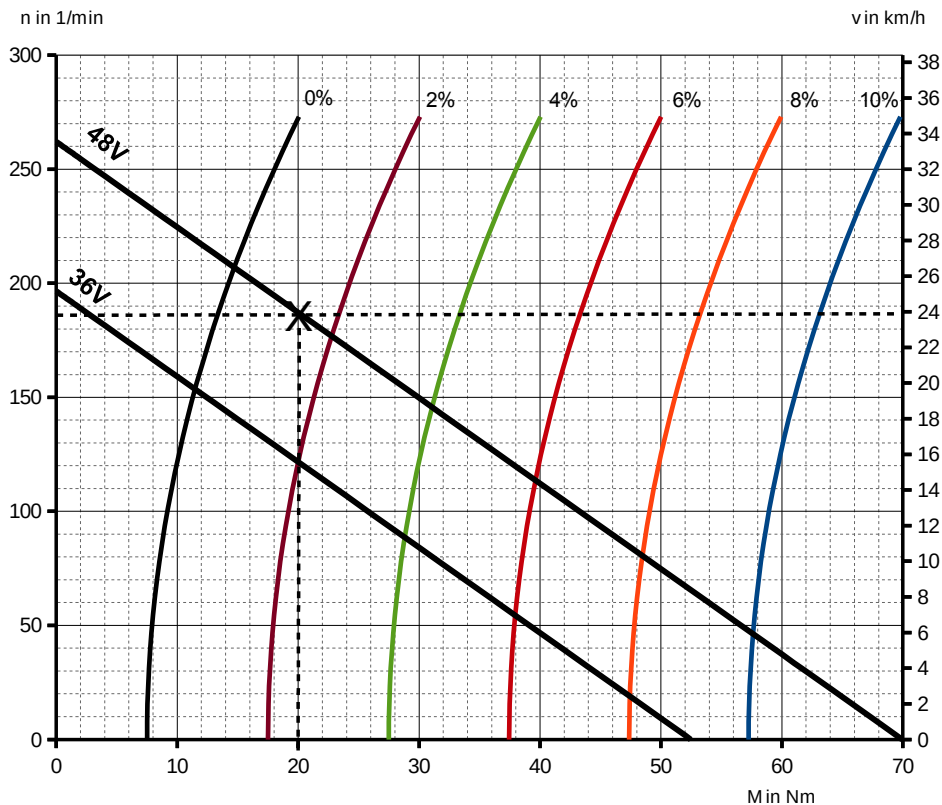
Wenn  $U_{\text{Verlust}}$  um  $\frac{1}{4}$  reduziert wird, reduziert sich auch  $I_{\text{Verlust}}$  um  $\frac{1}{4}$  ( $R_{\text{Verlust}} = \text{konstant}$ )

Wenn  $U_{\text{Klemme}}$  sich um  $\frac{1}{4}$  reduziert, reduziert sich auch  $M$  um  $\frac{1}{4}$

$$\frac{M_{\text{ab}1}}{I_{\text{Klemme}1}} = \frac{M_{\text{ab}2}}{I_{\text{Klemme}2}}$$

Damit reduziert sich  $M$  von 70 Nm auf 52,5 Nm. Die 36V-Kennlinie beginnt also bei 52,5 Nm parallel zur eingezeichneten 48V-Kennlinie.

Umgebung:  $n(M, \text{Steigung})$  und Motor  $n(M, U)$



3.3  $n = \frac{v}{U} \rightarrow$  bei 250 1/min:  $v = n \cdot U = 250 \cdot \frac{1}{\text{min}} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 0,34 \text{ m}$

$v = 250 \cdot \frac{60}{\text{h}} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 0,34 \frac{\text{km}}{1000} = 32 \frac{\text{km}}{\text{h}}$  halbes  $n \rightarrow$  halbes  $v$ , usw.

3.4 Abgelesen Schnittpunkt Motorkennlinie und 0 %-Kurve:  $v = 26,5 \text{ km/h}$  ( $n = 208 \text{ 1/min}$ )

Abgelesen Schnittpunkt Motorkennlinie und 10 %-Kurve:  $v = 6 \text{ km/h}$  ( $n = 47 \text{ 1/min}$ )

3.5 Abgelesen:  $n = 187 \text{ 1/min}$  ( $v = 23,9 \text{ km/h}$ ) und  $M = 20 \text{ Nm}$

$P_{\text{Mech}} = 2 \cdot \pi \cdot n \cdot M = 2 \cdot \pi \cdot \frac{187}{60 \text{ s}} \cdot 20 \text{ Nm} = 391,7 \text{ W}$

Abgelesen  $\eta = 0,7 \rightarrow P_{\text{elektr}} = \frac{391,7 \text{ W}}{0,7} = 559,6 \text{ W}$

3.6  $P_{\text{elektr}} = U_{\text{Klemme}} \cdot I_{\text{Klemme}} \rightarrow I_{\text{Klemme}} = \frac{P_{\text{elektr}}}{U_{\text{Klemme}}} = \frac{559,6 \text{ W}}{48 \text{ V}} = 11,66 \text{ A}$

$P_{\text{Verlust}} = P_{\text{elektr}} - P_{\text{Mech}} = 559,6 \text{ W} - 391,7 \text{ W} = 167,9 \text{ W}$

$P_{\text{Verlust}} = I^2 \cdot R_{\text{Verlust}} \rightarrow R_{\text{Verlust}} = \frac{P_{\text{Verlust}}}{I^2} = \frac{167,9 \text{ W}}{(11,66 \text{ A})^2} = 1,23 \Omega$

3.7  $n = 187 \text{ 1/min} \rightarrow v = 24 \text{ km/h}$

$W_{\text{Akku}} = 48 \text{ V} \cdot 30 \text{ Ah} = 1440 \text{ Wh} \rightarrow W_{\text{elektr}} = 1440 \text{ Wh} \cdot 0,9 = 1296 \text{ Wh}$

$t = \frac{W}{P} = \frac{1296 \text{ Wh}}{560 \text{ W}} = 2,314 \text{ h} \quad s = v \cdot t = 24 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 2,314 \text{ h} = 55,54 \text{ km}$

3.8  $v = 6 \text{ km/h}$  ( $n = 47 \text{ 1/min}$ ),  $M = 58 \text{ Nm} \rightarrow \eta = 0,17$

$P_{\text{Mech}} = 2 \cdot \pi \cdot n \cdot M = 2 \cdot \pi \cdot \frac{47}{60 \text{ s}} \cdot 58 \text{ Nm} = 285,5 \text{ W}$

$P_{\text{elektr}} = \frac{285,5 \text{ W}}{0,17} = 1680 \text{ W}$

$t = \frac{W}{P} = \frac{1296 \text{ Wh}}{1680 \text{ W}} = 0,771 \text{ h} \quad s = v \cdot t = 6 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 0,771 \text{ h} = 7,8 \text{ km}$

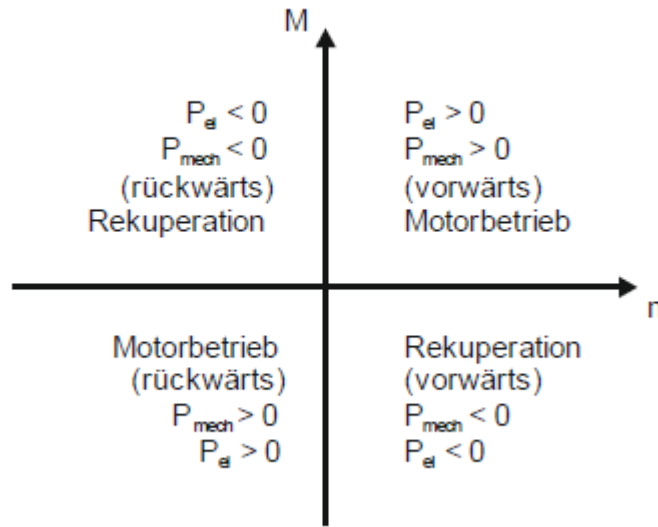
Der Wirkungsgrad des Motors sinkt bei dem großen notwendigen Drehmoment drastisch ab. Daher wird sehr viel elektrische Energie in Wärme umgesetzt und der Motor droht zu überhitzen.

3.9 Die Spannung wird ein- und ausgeschaltet. Das Verhältnis von Einschaltzeit und Periodendauer legt den Mittelwert der Motorspannung fest.

3.10  $\frac{M_{\text{ab}}}{I_{\text{Klemme}}} = \text{konst}$  Beim Anfahren ist  $n=0$ , damit ist  $U_{\text{ind}}=0$ , damit gilt  $U_{\text{Verlust}} = R_{\text{Verlust}} \cdot I$

$\frac{M_{\text{ab1}}}{I_{\text{Klemme1}}} = \frac{M_{\text{ab2}}}{I_{\text{Klemme2}}} \rightarrow I_{\text{Klemme2}} = \frac{M_{\text{ab2}}}{M_{\text{ab1}}} \cdot I_{\text{Klemme1}}$  Wenn  $M_{\text{ab}}$  halbiert wird, halbiert sich auch  $I_{\text{Anker}}$ . Wenn  $I_{\text{Klemme}}$  halbiert wird, halbiert sich auch  $U_{\text{Klemme}}$  ( $R_{\text{Verlust}}$  konstant)

Um die Spannung 48V des Akkus zu halbieren benötigt man einen Tastgrad von  $g = 50 \%$



Alternative Kennliniendarstellen  $M(n)$  statt  $n(M)$ :

